

Umsetzungsbeispiel: Dynamische Geometriesoftware

Beschreibung des Artefakts

GeoGebra ist eine kostenlose Mathematiksoftware, die die Teilgebiete Geometrie, Algebra, Analysis und Stochastik in einer Arbeitsumgebung verbindet. Sie ermöglicht geometrische Konstruktionen, Funktionsvisualisierungen, Berechnungen und unterstützt das entdeckende Lernen. Zentrale Funktionen wie der Zugmodus oder das Anzeigen der Spur erlauben dynamische Veränderungen von Objekten, wodurch mathematische Invarianten sichtbar und überprüfbar werden. Die dynamische Geometriesoftware GeoGebra dient damit nicht nur der Darstellung, sondern auch der Exploration mathematischer Zusammenhänge. GeoGebra eignet sich somit zur Konstruktion und zur Reflexion digitaler Erkenntnisprozesse im Mathematikunterricht.

Beschreibung des Szenarios

In der aufgeführten Unterrichtsstunde untersuchen die Schüler:innen geometrische Eigenschaften von Sehnenvierecken. Dabei lernen sie neue GeoGebra-Werkzeuge kennen und wenden diese gleichzeitig an. Anschließend konstruieren Sie ein Viereck, zeichnen die Mittelsenkrechten der Seiten und überprüfen mithilfe von GeoGebra, unter welchen Bedingungen sich diese in einem Punkt schneiden. Durch den Zugmodus und die Spurfunktion variieren sie die Eckpunkte und entwickeln und überprüfen geometrische Vermutungen. Ein Schwerpunkt liegt darauf, GeoGebra als ein digitales Erkenntnisinstrument bewusst einzusetzen und zu reflektieren, wie es das Entdecken, Überprüfen und Begründen mathematischer Zusammenhänge erleichtert und über statische Zeichnungen hinaus Mehrwert bietet.

Basisangaben

Fach	Mathematik	Klassenstufe	7
Schulform	Gymnasium	Lernbereich	LB 1: Geometrie in der Ebene
Zeitbedarf	90 Minuten	Kompetenzrahmen	3.1.1, 5.2.1, 5.2.2, 5.2.4, 5.3.2, 5.4.1, 6.1.3, 6.2.2

Artefaktsteckbrief Auszeichnungssprachen

Wofür wird es genutzt?

GeoGebra wird genutzt, um mathematische Zusammenhänge dynamisch zu konstruieren, zu verändern, zu untersuchen und zu überprüfen. Im Unterschied zu statischen Zeichnungen ermöglicht die dynamische Geometriesoftware, Objekte regelbasiert zu erstellen und deren Abhängigkeiten sichtbar zu machen. Dadurch eignet sich GeoGebra besonders für das experimentelle Arbeiten, das Prüfen von Vermutungen und das Visualisieren von Invarianten.

Eine zentrale Nutzung ist die exakte **geometrische Konstruktion**. Punkte, Strecken, Geraden, Kreise oder Vielecke werden mathematisch definiert und müssen nicht freihändig gezeichnet werden. Abhängige Objekte passen sich automatisch an, wenn sich freie Elemente verändern. Freie Elemente werden dabei direkt von den Nutzer:innen gesetzt, wie zum Beispiel Eckpunkte von Vierecken. Abhängige Objekte werden durch Konstruktionsregeln definiert – beispielsweise Mittelpunkte, Schnittpunkte von Geraden oder Mittelsenkrechten.

- Beispiel: Wird ein Punkt eines Vierecks verschoben, verändern sich alle darauf aufgebauten Mittelsenkrechten oder Kreise entsprechend.

Über den sogenannten **Zugmodus** können freie Punkte interaktiv bewegt werden – für abhängige Punkten ist das nicht möglich. Dabei bleiben die Beziehungen zwischen den einzelnen Elementen erhalten. Diese Funktion macht sichtbar, welche Eigenschaften eines Objekts veränderlich sind und welche invariant bleiben.

- Beispiel: Beim Verschieben der Eckpunkte eines Vierecks kann überprüft werden, bei welchen Lagebeziehungen die Mittelsenkrechten sich schneiden.

Die **Spurfunktion** dient zur Darstellung der Ortslinien. Bewegt man einen Punkt, zeichnet GeoGebra – nach Aktivierung der Spur – seine Bahn nach. Dadurch werden geometrische Zusammenhänge sichtbar, die in einzelnen Momentaufnahmen verborgen bleiben würden.

- Beispiel: Beim Bewegen eines Punktes auf einer Geraden kann mithilfe der Spurfunktion überprüft werden, welche Kurve ein abhängiger Punkt zeichnet.

Zusätzlich ermöglicht GeoGebra die **Verknüpfung geometrischer und algebraischer Darstellungen**. Dabei werden Objekten automatisch Koordinaten, Gleichungen oder Längen angezeigt, sodass visuelle Beobachtungen mit symbolischen Informationen verbunden werden können.

und die Koordinaten des Mittelpunktes werden angezeigt.

GeoGebra stellt **interaktive Werkzeuge** wie Schieberegler, Checkboxes, Multiple-Choice-Aufgaben und Textfelder bereit, mit denen Parameter kontinuierlich variiert werden können. Außerdem können Simulationen sowie anschauliche Demonstrationen durchgeführt werden, ohne eine Konstruktion neu erstellen zu müssen. Darüber hinaus ermöglicht das Programm den Export und die Präsentation von Konstruktionen als Bilder oder dynamische Dateien. Damit können Ergebnisse gespeichert, geteilt und für den Unterricht, Präsentationen oder digitale Lernmaterialien weiterverwendet werden.

Für kollaboratives Arbeiten bietet GeoGebra zudem die Plattform **GeoGebra Classroom**. Damit ist es Lehrkräften möglich die Arbeiten der Lernenden in Echtzeit einzusehen, Aufgaben zentral bereitzustellen und den Arbeitsfortschritt zu überwachen. Zusätzlich können Lehrer:innen so den Zugriff auf einzelne Werkzeuge einschränken und die Anzahl der Funktionen beschränken, um den Fokus der Lernenden gezielt zu steuern. Schüler:innen können über einen Kurscode teilnehmen, ohne ein eigenes Konto anlegen zu müssen.

Insgesamt wird GeoGebra genutzt, um Mathematik nicht nur darzustellen, sondern systematisch zu erkunden, zu testen und zu reflektieren. Als digitalisierungsbezogenes Artefakt unterstützt es den Übergang vom Beobachten über das Experimentieren hin zum Begründen mathematischer Zusammenhänge.

Wie funktioniert es?

GeoGebra basiert auf dem Prinzip der dynamischen, regelbasierten Objektverwaltung. Hierbei werden eingefügte mathematische Objekte nicht als starre Zeichnungen gespeichert, sondern als Objekte mit konkret definierten Beziehungen. Jede Änderung an einem Ausgangselement hat eine automatische Neuberechnung aller davon abhängigen Elemente zur Folge. Damit arbeitet GeoGebra als digitales mathematisches System, das die Strukturen kontinuierlich berechnet und synchronisiert. Eine grundlegende Funktionsweise ist die Objekthierarchie aus freien und abhängigen Objekten. Freie Objekte werden direkt gesetzt und dienen als Ausgangspunkt für eine Konstruktion. Abhängige Objekte entstehen durch algorithmisch festgelegte Werkzeuge, wie beispielsweise Schnittpunkt-, Mittelpunktbildung oder Senkrechtenkonstruktion. Wird ein freies Objekt verändert, aktualisiert GeoGebra automatisch alle abhängigen Objekte. Das System speichert dann entsprechend die Konstruktionsvorschrift und nicht das

algebraische und tabellarische Repräsentationen sind intern im System gekoppelt. Eine Veränderung einer Ansicht wird dann entsprechend unmittelbar auf alle anderen übertragen. GeoGebra fungiert damit als Mehrfenstersystem, das verschiedene mathematische Repräsentationen rechnerisch miteinander verknüpft.

Diese angesprochene Manipulation der Objekte erfolgt über den Zugmodus, der kontinuierliche Veränderungen erlaubt. Diese Verschiebungen werden vom System als Parameteränderungen interpretiert und direkt in neue Objektzustände überführt. GeoGebra arbeitet somit nicht mit einzelnen Momentaufnahmen, sondern mit fortlaufenden Zustandsänderungen. Ergänzend zum Zugmodus ermöglicht die Spurfunktion eine zeitabhängige Speicherung von Positionen des Objekts. Während das Objekt mit dem Zugmodus bewegt wird, speichert die dynamische Geometriesoftware jede einzelne Position und visualisiert diese als Punktmenge (Linie). Dadurch entsteht eine digitale Ortslinie, die nicht gezeichnet, sondern aus fortlaufenden Berechnungen generiert wird.

GeoGebra stellt zudem interaktive Steuerungselemente bereit, wie beispielsweise Schieberegler. Diese fungieren als digitale Parameter, mit denen Variablenwerte in einem bestimmten Intervall verändert und an die Objektberechnung gekoppelt werden können. Mathematische Objekte werden so zum Teil simulativ steuerbar. Außerdem verfügt GeoGebra über Funktionen zur digitalen Speicherung, Reproduzierbarkeit und Distribution. Konstruktionen können in verschiedenen Formaten, als Bilder, Portable Document Format oder als webbasierte interaktive Anwendungen exportiert werden. Dadurch werden diese Dateien nicht nur erstellt, sondern auch digital weiterverarbeitet und medial zugänglich gemacht.

GeoGebra ist damit nicht nur ein Zeichenprogramm, sondern ein dynamisches Rechen- und Visualisierungssystem, das mathematische Objekte algorithmisch verwaltet, synchronisiert und interaktiv veränderbar macht.

Umsetzung im Unterricht

Technisch-/ infrastrukturelle Voraussetzungen

Für den Einsatz von GeoGebra im Unterricht sind bestimmte technische und organisatorische Rahmenbedingungen erforderlich. Diese lassen sich in unbedingt erforderlich und empfehlenswerte Voraussetzungen unterteilen.

bedingt notwendige Voraussetzungen

Die Schüler:innen benötigen digitale Endgeräte wie Tablets oder Laptops, idealerweise hat jeder Lernende ein eigenes Endgerät oder das Arbeiten findet in Partner:innenarbeit statt. Auf den Geräten sollte GeoGebra entweder als Webanwendung über einen aktuellen Browser oder als lokal installierte App verfügbar sein. Eine stabile Internetverbindung ist notwendig, wenn GeoGebra online genutzt wird. Bei Nutzung der Offline-Version in der App entfällt diese Voraussetzung. Zusätzlich wird eine Präsentationsmöglichkeit für die Lehrkraft benötigt, wie beispielsweise ein Beamer oder ein Smartboard, um verschiedene Funktionen zu demonstrieren, Präsentationsfolien zu zeigen und Ergebnisse zu sichern.

GeoGebra ist plattformunabhängig nutzbar (Windows, macOS, iOS, Android, Browser). Alternativ zur Webversion kann wie schon erwähnt die App GeoGebra Classic installiert werden. Diese Option bietet sich besonders bei instabiler Netzwerkinfrastruktur an.

empfehlenswerte Voraussetzungen

Für ein kollaboratives Arbeiten ist GeoGebra Classroom sehr empfehlenswert. Dies ermöglicht der Lehrkraft, die Arbeiten der Lernenden in Echtzeit einzusehen und zu steuern. Daher ist es empfehlenswert einen GeoGebra Classroom vorzubereiten, in dem der Zugriff der Schüler:innen auf bestimmte Konstruktionswerkzeuge gezielt eingeschränkt wird. Dadurch wird der Fokus mehr auf die Aufgaben gesetzt und zugleich technische Einstiegshürden reduziert. Auch für den Classroom wird ein funktionierendes Wireless Local Area Network (WLAN) mit ausreichender Bandbreite benötigt, welches den Einsatz dieser Methoden entsprechend erleichtert.

Rechtschutzrechtliche Aspekte

GeoGebra kann grundsätzlich ohne personenbezogene Anmeldung genutzt werden, insbesondere bei der Offline-Version in der App oder bei der Nutzung über den

Schüler:innen können dabei über einen Kurscode teilnehmen, ohne einen eigenen Account erstellen zu müssen. Dadurch lassen sich datenschutzrechtliche Anforderungen reduzieren, da keine persönlichen Daten der Lernenden bei einem Drittanbieter gespeichert werden müssen. Dennoch sollte der Einsatz schulintern geprüft und mit den geltenden Datenschutzrichtlinien abgestimmt werden.

Alternativen bei eingeschränkter Ausstattung

Bei begrenzter Geräteanzahl kann in Partner- oder Gruppenarbeit gearbeitet werden. Ist keine Internetverbindung verfügbar, bietet sich die Nutzung der lokal installierten GeoGebra-App an. Stehen keine Laptops oder Tablets zur Verfügung, kann GeoGebra zumindest lehrkraftseitig als Demonstrationsmedium eingesetzt werden, wobei der explorative Charakter verloren gehen würde. Alternativ besteht die Möglichkeit, den Unterricht in ein (falls vorhandenes) Computer-Kabinett zu verlegen, um den Schüler:innen den Zugriff auf digitale Endgeräte zu ermöglichen.

Curriculare Analyse

Lernplan

Das vorliegende Unterrichtsbeispiel ist im Fach Mathematik dem Lernbereich 1 „Geometrie in der Ebene“ der Klassenstufe 7 an sächsischen Gymnasien zuzuordnen (Staatsministerium für Kultus 2021: 16). Alternativ lässt sich die Einheit auch an Oberschulen im Lernbereich 3 „Vom Vieleck zum Kreis“ der Klassenstufe 8 verorten (Staatsministerium für Kultus 2019: 23). Das Gymnasium ist eine Einrichtung, welche den Schüler:innen nicht nur eine vertiefte allgemeine Bildung vermittelt, sondern auch zur Entwicklung und Förderung der Persönlichkeit beiträgt (vgl. Staatsministerium für Kultus 2021: VII). Jugendliche erwerben dabei anwendungsfähiges Wissen und entwickeln bestimmte Kompetenzen, so zum Beispiel Lern-, Medien- oder Sozialkompetenzen, die ihnen für ein selbstbestimmtes Leben hilfreich sein können (vgl. ebd.: VII ff.). Das Fach Mathematik nimmt dafür eine besondere Rolle ein. Der Fachunterricht soll dazu beitragen, die Selbstständigkeit beim Lösen von Problemlöseaufgaben, bei denen vielfältiges Vorwissen aber auch mathematische Strategien und Methoden zur Lösung genutzt werden müssen, zu entwickeln. Insbesondere dient dieses Ziel auch dem Erwerb von heuristischen Fähigkeiten, die über den Mathematikunterricht hinaus Anwendung finden (vgl. Kultus Ministerkonferenz 2022: 6). Ein sehr wichtiges, fachliches Ziel in diesem Lernbereich ist der Erwerb eines grundlegenden Instrumentariums für das

Außerdem sollen die Schüler:innen ihre Fähigkeiten beim Darstellen räumlicher Objekte unter Nutzung verschiedener Softwares erweitern.

Der Lernbereich „Geometrie in der Ebene“ baut direkt auf den Vorkenntnissen der Lernenden aus der fünften und sechsten Klasse auf. Hier wurden bereits grundlegende Eigenschaften von Vierecken, Dreiecken, Punkten und Geraden behandelt sowie erste Erfahrungen mit konstruktiven Werkzeugen – etwa Lineal, Zirkel und GeoGebra-Grundfunktionen gesammelt. Dieses Vorwissen ermöglicht es ihnen, neue Zusammenhänge zu explorieren, Vermutungen zu überprüfen und Beobachtungen fachlich korrekt zu begründen.

Ziele der Unterrichtseinheit sind die Förderung fachlicher und prozessbezogener Kompetenzen, die eng mit den im Lehrplan formulierten Jahrgangsstufenzielen verknüpft sind:

- **Entwicklung von Problemlösefähigkeiten:** Hierbei formulieren die und bearbeiten die Schüler:innen geometrische Problemstellungen, wählen selbstständig geeignete Lösungsverfahren aus und nutzen heuristische Strategien, um Vermutungen über Vierecke zu überprüfen.
- **Entwicklung eines kritischen Vernunftgebrauchs:** Die Lernenden analysieren mathematische Verfahren, bewerten deren Effektivität und begründen Beobachtungen, insbesondere im Übergang vom Experiment zum formalen Beweis.
- **Verständiger Umgang mit fachgebundener Sprache:** Ergebnisse werden präzise dokumentiert, Begriffe wie Mittelsenkrechte oder Sehnenviereck korrekt verwendet und Beobachtungen sowohl in Fachsprache als auch in Alltagssprache beschrieben.
- **Entwicklung des Anschauungsvermögens:** Durch den Einsatz von GeoGebra wird das räumliche Vorstellungsvermögen gefördert. Dabei machen beispielsweise dynamische Manipulationen und Spuren von Punkten geometrische Zusammenhänge sichtbar.
- **Kompetenzen im Umgang mit mathematischen Objekten:** Die Schüler:innen definieren geometrische Objekte, wenden diese bei Konstruktionen und einer möglichen Beweisführung an und reflektieren über deren Eigenschaften und Beziehungen.

Lagebeziehungen von Kreis und gerade sowie Inkreis und Umkreis von Dreiecken kennen. Dabei sollen sie über ausführliche Kenntnisse zu den Lagebeziehungen sowie über typische Anwendungsmuster verfügen (vgl. Staatsministerium für Kultus 2021: V und 16). Mathematische Kenntnisse zu Geraden und Dreiecke sind dabei bereits aus der fünften Klasse bekannt. Kreise, insbesondere der Umkreis und Inkreis von Dreiecken wurden bislang noch nicht behandelt und müssen neu eingeführt werden. Dafür eignen sich vor allem Konstruktionen mit dynamischen Geometriesoftware (DGS). Ein weiterer Schwerpunkt ist das Kennen ausgewählter Sätze und ihrer Struktur, wie beispielsweise der Satz. Über die gegenüberliegenden Winkel im Sehnenviereck, der Peripheriewinkelsatz oder der Satz des Thales (vgl. ebd.: 16). Dabei sollte besonders auf die Unterscheidung von Definition und Satz geachtet werden. Bevor verschiedene Beweisverfahren thematisiert werden, sollte das Finden von Vermutungen mit DGS im Unterricht Anwendung finden. Das direkte Beweisverfahren ist dabei bereits aus Klassenstufe 6 am Innenwinkelsatz von Dreiecken durchgeführt wurden. Ein weiterer sich daraus ergebender Schwerpunkt ist das Anwenden geometrischer Sätze beim Lösen von Konstruktions-, Bestimmungs- und Beweisaufgaben. Dabei sollen die Schüler:innen bekannte Sätze oder Konstruktionen in unbekannten Kontexten anwenden (vgl. ebd.: V und 16). Darunter zählt unter anderem das Analysieren und Anfertigen von Skizzen, die Auswahl geeigneter Sätze und Lösungsverfahren, die Dokumentation und Präsentation des Lösungsweges und anschließend der Reflexion des Problems.

Wenn man sich den gesamten Lernbereich noch einmal anschaut, erwerben die Schüler:innen unter anderem wichtige Fachkompetenzen, Methodenkompetenzen, Problemlösestrategien aber auch Kommunikationsfähigkeiten (vgl. ebd.: VII ff.). Dieser Lernbereich bildet einen zentralen Bestandteil des Mathematikunterrichts – nicht nur in Klassenstufe sieben, sondern auch für spätere Jahrgangsstufen. So spielt beispielsweise das Beweisen in allen folgenden Jahrgangsstufen eine zentrale Rolle.

Für das vorliegende Umsetzungsbeispiel benötigen die Schüler:innen bestimmtes fachliches und methodischen Vorwissen. Dazu zählen erste Erfahrungen im Umgang mit GeoGebra, etwa das Setzen und Verschieben von Punkten oder das Arbeiten mit einfachen Konstruktionswerkzeugen. Auf fachlicher Ebene sollten grundlegende Kenntnisse zu Vierecken, zu Kreisen beziehungsweise Umkreisen sowie zur Mittelsenkrechten vorhanden sein. Die Lernenden sollten wissen, wie man eine Mittelsenkrechte konstruiert. wozu sie dient und in welchem Zusammenhang sie mit

geometrische Objekte nicht nur zu zeichnen, sondern ihre Eigenschaften systematisch zu untersuchen und zu begründen.

Durch den Einsatz von GeoGebra als dynamisches Werkzeug können die Lernenden geometrische Objekte regelbasiert konstruieren, ihre Abhängigkeiten sichtbar machen und Zusammenhänge dynamisch untersuchen. Abhängige Objekte passen sich automatisch an, wenn freie Elemente verändert werden, wodurch Beziehungen zwischen Punkten, Geraden oder Kreisen erfahrbar werden. Funktionen wie der Zugmodus und die Spurfunktion sowie interaktive Werkzeuge unterstützen das experimentelle Prüfen von Vermutungen und das Erkennen von Invarianten. Mit GeoGebra Classroom kann die Lehrkraft zusätzlich den Zugriff auf die Werkzeuge steuern, Aufgaben zentral bereitstellen und die Arbeit der Lernenden in Echtzeit einsehen und begleiten.

Die Stunde knüpft damit unmittelbar an die im Lehrplan formulierten Lernziele an: das systematische Konstruieren, das Erkennen geometrischer Zusammenhänge, die sachgerechte Anwendung der Fachsprache, das argumentative Arbeiten sowie die Nutzung und Reflexion verschiedener Darstellungsformen (vgl. ebd.: 16). Gleichzeitig werden digitale Kompetenzen gefördert, die den Schüler:innen über den Mathematikunterricht hinaus von Nutzen sind. Auf diese Weise verbindet die Unterrichtseinheit fachliches Lernen mit prozessbezogenen Kompetenzen, stärkt die Selbstständigkeit der Lernenden und legt die Grundlage für weiterführende Inhalte wie Kreis- und Winkelsätze, Beweisverfahren oder die Arbeit mit algebraischen Gleichungen in höheren Jahrgangsstufen.

#	MIA	K#	Qualifikationsebene – Kompetenzrahmen	Handlungsebene
D1	A	3.1.1	Die Schüler:innen kennen und wenden mehrere technische Bearbeitungswerkzeuge für digitale Medien an,	indem sie beim Arbeiten mit GeoGebra passende Werkzeuge auswählen (freie/abhängige Punkte, Zugmodus, Spur) und deren Wirkung beschreiben.
D2	A	5.2.1	Die Schüler:innen kennen und wenden eine Vielzahl von digitalen Werkzeugen kreativ an,	indem sie den Zugmodus und die Spurfunktion nutzen, um Invarianten eines Sehnenvierecks sichtbar zu machen und ihre Beobachtungen zu beschreiben.
D3	I	5.2.2	Die Schüler:innen formulieren Anforderungen an digitale Werkzeuge,	indem sie begründen, welche Eigenschaften GeoGebra für die Untersuchung geometrischer Zusammenhänge leisten muss und warum es dafür geeignet ist.
D4	M	5.3.2	Die Schüler:innen teilen eigene Strategien zur Problemlösung mit anderen,	indem sie ihre Vorgehensweise bei der Untersuchung der Mittelsenkrechten eines Sehnenvierecks mit GeoGebra erläutern und mit ihren Mitschüler:innen vergleichen.
D5	A	5.2.4	Die Schüler:innen passen digitale Umgebungen und Werkzeuge zum persönlichen Gebrauch an,	indem sie begründen, welche GeoGebra-Funktionen (z. B. Zugmodus, Spur, Markieren von Punkten, Ein-/Ausblenden) sie zur Strukturierung ihrer Untersuchung einsetzen.
D6	M	5.4.1	Die Schüler:innen finden, bewerten und nutzen effektive digitale Lernmöglichkeiten,	indem sie den Einsatz von GeoGebra hinsichtlich Motivation, Verständlichkeit und Unterstützung des eigenen Lernprozesses einschätzen und ihre Bewertung begründen.
D7	I	6.1.3	Die Schüler:innen analysieren und gehen konstruktiv mit der Wirkung von Medien in der digitalen Welt um,	indem sie ihre Konstruktionsschrittfolge nennen und erläutern, wie der Zugmodus und die Spur zur Identifikation geometrischer Invarianten beitragen.
D8	M	6.2.2	Die Schüler:innen reflektieren die Chancen und Risiken des Mediengebrauchs in unterschiedlichen Lebensbereichen, erkennen und modifizieren ggf. des eigenen Mediengebrauch,	indem sie den Mehrwert von GeoGebra gegenüber statischen Zeichnungen im Mathematikunterricht erläutern.

Unterrichtsverlaufsplanung

Legende		Unterrichtsmedium	Unterrichtswerkzeug	Unterrichtsgegenstand	
Zeit	Phase	Inhalt	SF/M ¹	Medien/Material	LZ Nr.
10'	Einstieg und Aktivierung	Lehrkraft zeigt verschiedene Vierecksarten in GeoGebra am Smartboard (<i>siehe Anlage 1</i>) • Vierecksarten nennen • Vierecke vergleichen (Gemeinsamkeiten und Unterschiede) • „Begründet, ob es sich bei den vorliegenden Vierecken um ein Sehnenviereck handelt oder nicht.“ • Wiederholung: Definition Sehnenviereck Lehrkraft zeichnet „Umkreis“ der Vierecke ein und lässt gegebenenfalls die Winkelgrößen anzeigen • Eigenschaften von Sehnenvierecken im Plenum sammeln	UG	Smartboard mit GeoGebra	-

1 SF – Sozialform (EA: Einzelarbeit, PA: Partnerarbeit, GA: Gruppenarbeit; FU: Frontalunterricht); M - Methode

Lehrkraft stellt den Schüler:innen neue Funktionen von GeoGebra vor (*Präsentation siehe Anlage 2*)

- Unterschied zwischen freiem und abhängigem Punkt
- Wirkung des Zugmodus
- Funktion der Spur

15' Werkzeugtraining

Abschließend bekommen die Schüler:innen eine Aufgabe, um die neuen Funktionen selbstständig im GeoGebra Classroom zu explorieren und anzuwenden (*siehe Anlage 3*)

- Schüler:innen probieren gezielt aus, beschreiben Effekte
- Schüler:innen erkunden Wirkungsweise zentraler GeoGebra Funktionen
- Lehrkraft gibt Hilfestellungen

EA/PA

Schüler:innen-Tablets,
Smartboard mit Präsentation,
GeoGebra Classroom

D1, D3

20'

Exploration:
GeoGebra als
Erkenntnis-
instrument

Schüler:innen konstruieren in GeoGebra auf der Grundlage folgender Instruktion:

- „Konstruiere ein beliebiges Viereck ABCD. Zeichne zu jeder seiner vier Seiten die Mittelsenkrechte. Bezeichne die Schnittpunkte jeweils zweier benachbarter Mittelsenkrechten mit H, K, L und M.“

Nun folgt eine dynamische Untersuchung mittels GeoGebra (geeignete Hilfestellungen der Lehrkraft):

- „Bewege die Punkte A, B, C oder D und betrachte verschiedene Konfigurationen: Was geschieht mit dem Viereck HKLM? Welche Art von Figur entsteht?“
- Frage nach Figuren und Beobachtungen
- „Lass dir die Spur von Punkt A anzeigen und bewege ihn so (mithilfe des Zugmodus), dass sich die vier Mittelsenkrechten in einem Punkt schneiden.“

EA/PA

Schüler:innen-Tablets,
GeoGebra Classroom

D1, D2,
D5, D7

Schüler:innen nutzen Funktionen zur Invariantenerkennung

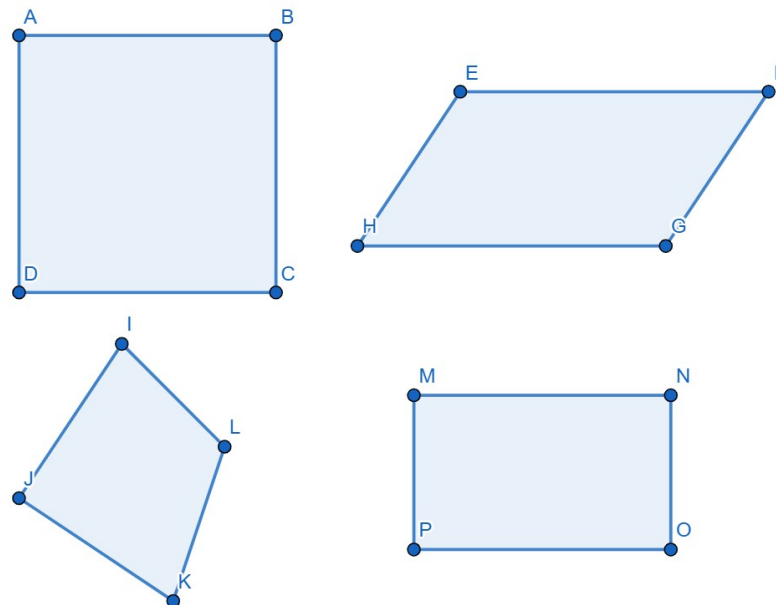
20' Sicherung: Von der Exploration zum Argument	Präsentation einer/mehrerer Schüler:innenlösungen: • Vergleich der Lösungen • Zusammentragen der Beobachtungen • strukturiert durch die Lehrkraft (Beobachtung, Vermutung, Argument) Gemeinsame Formulierung des Satzes • „Wenn ABCD ein Sehnenviereck ist, dann schneiden sich die Mittelsenkrechten der Seiten in einem Punkt“ • Merksatz in Hefter übernehmen (<i>siehe Anlage 4</i>)	UG Smartboard, Schüler:innen-Tablets	D2, D4, D5, D7
---	---	--	---------------------------

15' Reflexion: Bewertung digitaler Werkzeuge	Reflexionsauftrag in Kleingruppen (3-4 Schüler:innen): • Beschreibe, welche Funktionen von GeoGebra du genutzt hast, um mathematische Eigenschaften zu entdecken und erkläre, warum diese hilfreich waren. • Nenne mindestens zwei Vorteile, die GeoGebra in diesem Beispiel hatte (auch Vergleich zu einer statischen Konstruktion) und begründe sie anhand deines Vorgehens. • Beurteile, inwiefern GeoGebra dich beim Übergang vom Beobachten zum Begründen/Argumentfindung unterstützt hat. (kurze Auswertung der Aufgabe im Plenum)	GA/UG Schüler:innen-Tablets, GeoGebra Classroom	D3, D5, D6, D8
--	--	---	---------------------------

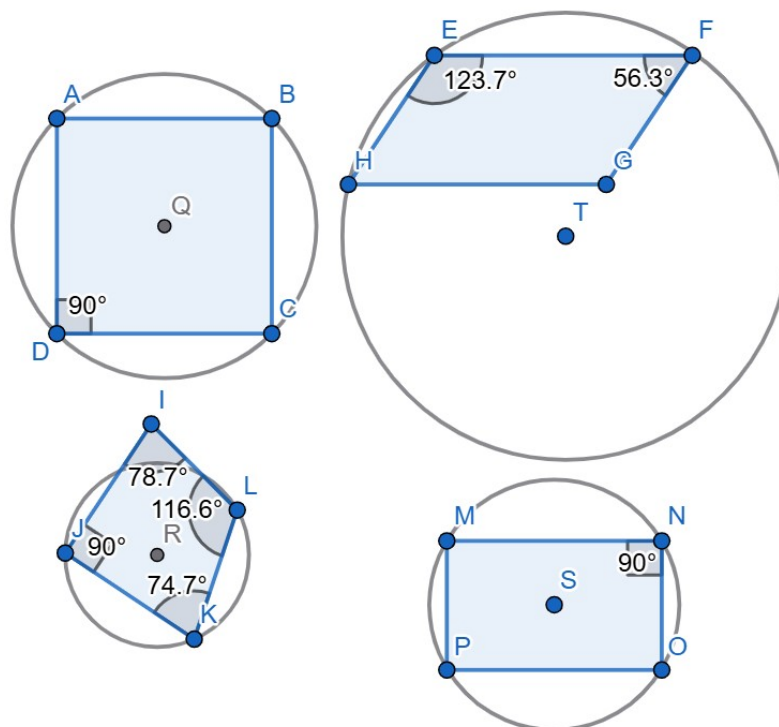
Zusammenfassung der Stunde von allen Schüler:innen
mithilfe eines Reflexionsbogens (*siehe Anlage 5*)

10'	Abschluss und Rückblick	• „Ich habe heute gelernt...“ • „Dabei hatte ich heute zunächst Schwierigkeiten, aber dann...“ • „Ohne GeoGebra wäre mir schwergefallen...“ • „Darauf bin ich stolz...“ • „Eine Frage, die ich mir während der Arbeit gestellt habe, war...“	EA	Reflexionsbogen	D3, D6
-----	----------------------------	--	----	-----------------	--------

Anlage 1 ist eine beispielhafte Auswahl von möglichen Vierecken, die in der Einstiegsphase genutzt werden können. Letztendlich entscheidet die Lehrkraft individuell und erstellt selbst eine geeignete GeoGebra Arbeitsfläche.



Im Folgenden sind die gleichen Vierecke mit eingezeichneten Umkreisen und Winkelgrößen dargestellt.



Anlage 2 ist eine mögliche unterstützende Präsentation für die Einführung der neuen GeoGebra-Funktionen. Alternativ könnte man auch mit kleinen Videoausschnitten arbeiten, damit es noch etwas anschaulicher wird.



freier und abhängiger Punkt

... **freie Punkte** können direkt verschoben werden.

- bestimmen die Lage der gesamten Konstruktion
- meist dunkelblau gefärbt

... **abhängige Punkte** entstehen durch Konstruktionen (z. B. Schnittpunkte, Mittelpunkte).

- Position ist fest an andere Objekte gebunden
- meist grau gefärbt

Zugmodus

- Mit dem **Zugmodus** können Punkte/Objekte dynamisch bewegt werden.
- Beim Ziehen verändern sich alle abhängigen Objekte mit.
- Der Zugmodus hilft, Zusammenhänge sichtbar zu machen.

Spur

- Die **Spur** zeigt die Bahn eines Punktes, wenn er bewegt wird.
- Beim Ziehen hinterlässt der Punkt eine sichtbare Linie.
- Bewegung/Veränderung des Punktes wird sichtbar.

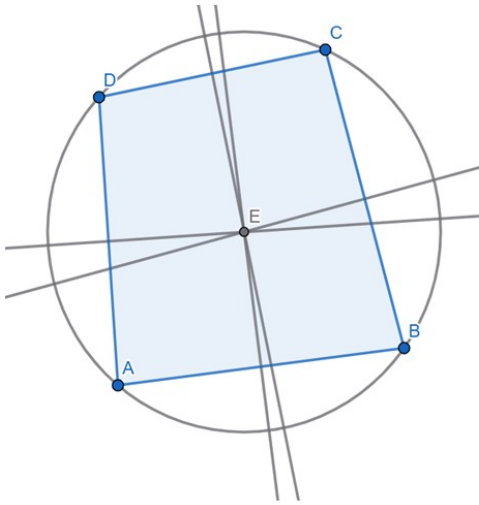
Anlage 3 ist eine mögliche kurze Aufgabe, um die neuen Funktionen mit GeoGebra auszutesten.

Aufgabe – Kennenlernen neuer GeoGebra Funktionen

1. Öffne GeoGebra und setze zwei Punkte A und B.
2. Verbinde die Punkte A und B mit einer Strecke.
3. Konstruiere den Mittelpunkt M der Strecke AB.
4. Ziehe nun alle drei Punkte mit dem Zugmodus.
 - ➔ Was passiert mit dem Mittelpunkt M?
 - ➔ Welche Punkte kannst du direkt verschieben, welche nicht?
5. Aktiviere die Spur von Punkt M.
6. Ziehe nun Punkt A langsam hoch/runter, hin/her.
 - ➔ Beschreibe deine Beobachtungen.

Anlage 4 ist ein mögliches Tafelbild, welches sich die Schüler:innen in den Hefter übernehmen.

Eigenschaften Sehnenviereck



Wenn ABCD ein Sehnenviereck ist, dann schneiden sich die Mittelsenkrechten der Seiten in einem Punkt.

Anlage 5 ist ein möglicher reflexionsbogen, der am Ende der Unterrichtseinheit ausgefüllt wird. Dieser gibt der Lehrkraft Feedback über den Arbeitsstand der einzelnen Schüler:innen und zeigt eventuell Anknüpfungspunkte für die nächste Unterrichtseinheit.

Ich habe heute gelernt...
Dabei hatte ich heute zunächst Schwierigkeiten, aber dann ...
Ohne GeoGebra wäre mir schwergefallen, ...
Darauf bin ich heute stolz ...
Eine Frage, die ich mir während der Arbeit gestellt habe, war ...

Quellen

Sächsisches Staatsministerium für Kultus (Hrsg.) (2021): Lehrplan Gymnasium Mathematik. Eingesehen am 07.02.2025 auf: <https://www.schulportal.sachsen.de/lplandb/index.php?lplanid=461&lplansc=SPos4aG4oIhjKYDcHVW8&token=28b88d12714a603a60d0aa2c920f2568>.

Kultusminister Konferenz (2022): Bildungsstandards für das Fach Mathematik. Eingesehen am 07.02.2025 auf: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf.

Sächsisches Staatsministerium für Kultus (Hrsg.) (2019): Lehrplan Gymnasium Mathematik. Eingesehen am 07.02.2025 auf: <https://www.schulportal.sachsen.de/lplandb/index.php?lplanid=67&lplansc=LBki8uwfGrSWPImJne29&token=8ec60c55a25c03579281455cbf56ad29>.